

誤植: 問題 8.1(2)(p.52) とその解答 (p.97)

誤植について訂正とお詫びを申し上げます.

また, 誤植を発見された青山学院大学の伊藤雅彦先生にお礼申し上げます.

件の誤植は次の通りです. 問題 8.1(2)(p.52) とその解答 (p.97) がうまく対応していません. 著者の意図としては問題の方が間違いであり, $\sin \theta$ と $\cos \theta$ が入れ替わっているのです. 問題を $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 \cos \theta + \sin \theta - 3} d\theta$ とすれば, 解答は本に載っているままで結構です.

念のため, 本に載っている問題 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{\cos \theta + 2 \sin \theta - 3} d\theta$ の解答を与えておきましょう. 以下この積分を J_2 と表します.

$$\begin{aligned} J_2 &= \int_{|z|=1} \frac{1}{\frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{i} \left(z - \frac{1}{z} \right) - 3} \cdot \frac{1}{iz} dz \\ &= \int_{|z|=1} \frac{2}{iz^2 + i + 2z^2 - 2 - 6iz} dz \\ &= \int_{|z|=1} \frac{2}{(2+i)z^2 - 6iz + (-2+i)} dz \\ &= \int_{|z|=1} \frac{2(2-i)}{5z^2 - 6i(2-i)z - (2-i)^2} dz \\ &\quad (z^2 \text{の係数を有理化するために } 2-i \text{ を分子・分母に掛けた}) \end{aligned}$$

一般に $5z^2 - 6iaz - a^2 = (5z - ai)(z - ai) = 5(z - ai/5)(z - ai)$ が成り立つことより, $a = 2 - i$ において,

$$\begin{aligned} J_2 &= \int_{|z|=1} \frac{2a}{5(z - ai/5)(z - ai)} dz \\ &= 2\pi i \operatorname{Res} \left[\frac{2a}{5(z - ai/5)(z - ai)}; z = ai/5 \right] \\ &= -\pi \end{aligned}$$