p.50 多項式の評価の証明を $\varepsilon\delta$ 論法を使ってもう少し詳しく説明する．

$j = 0, \ldots, n-1$ のとき $b_j = \max(1,\, 2n|a_{n-j}|)$ とおく．$\max(p_1, p_2, \ldots, p_k)$ は k 個の実数 $p_1, p_2, \ldots, p_k$ のうち最大のものを表す．ただし $p_1 = \cdots = p_k$ なら $\max(p_1, p_2, \ldots, p_k) = p_1 = \cdots = p_k$.

さて $|z| \geq b_j$ とする．つまり $|z| \geq 1$ かつ $|z| \geq 2n|a_{n-j}|$ とする．このとき $|z^j| \geq |z| \geq 2n|a_{n-j}|$ である．したがって $\left|\dfrac{a_{n-j}}{z^j}\right| \leq \dfrac{1}{2n}$ となる．

次に $|z| \geq \max(b_1, b_2, \ldots, b_{n-1})$ とする．前段落の計算と三角不等式より

$$\begin{aligned}\left|\frac{a_{n-1}}{z} + \frac{a_{n-2}}{z^2} + \cdots \frac{a_0}{z^n}\right| &\leq \left|\frac{a_{n-1}}{z}\right| + \left|\frac{a_{n-2}}{z^2}\right| + \cdots \left|\frac{a_0}{z^n}\right| \\ &\leq \sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{2n} = n \cdot \frac{1}{2n} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

となる．

『明解複素解析』p.50 の真ん中あたりの「$|z|$ が十分大きいならば

$$\left|\frac{a_{n-1}}{z} + \frac{a_{n-2}}{z^2} + \cdots \frac{a_0}{z^n}\right| \leq \frac{1}{2}$$

が成り立つ.」という記述の "十分大きい" というのは $|z| \geq \max(b_1, b_2, \ldots, b_{n-1})$ ということである．p.50 の計算を見れば判るように, これ以上 $|z|$ を大きく取り替える必要はなく，結局次が成り立つ.

> 多項式 $P(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0$ において,
> $|z| \geq \max(b_1, b_2, \ldots, b_{n-1})$ のとき
>
> $$\frac{1}{2}\,|z|^n \leq |P(z)| \leq \frac{3}{2}\,|z|^n$$
>
> が成り立つ.

というわけであるが, 慣れた人なら $\max(b_1, b_2, \ldots, b_{n-1})$ などという量をいちいち説明する必要はなく,「z が十分大きい」と言えば十分である．つまり，よく判った人が説明を端折るのは許される．よく判っていない人は細かい説明を自力で付けられるように訓練すべきである.

さて $f(z) = P(z)/Q(z)$ で $P(z), Q(z)$ はそれぞれモニックな (monic, 最高次の係数が 1 ということ) m 次式, n 次式とする．このとき $|z|$ が十分大きければ $(0 \leq)|P(z)| \leq 3|z^m|/2,\quad |z^n|/2 \leq |Q(z)|$ である．したがって

$$|f(z)| \leq \frac{|P(z)|}{|Q(z)|} \leq \frac{3|z^m|/2}{|z^n|/2} = 3|z|^{m-n}$$

このようにして，多項式のみならず分数式の評価も得られた．p.51 の末尾の計算は $P(z) = 1$ の場合なので易しいが, 問題 8.2 (3)(4), 問題 8.3 (2), 問題 8.4 では $P(z)$ が定数でない場合を扱っている．巻末の解答では $|z| = R$ となっている．