平成 23 年度科学研究費助成事業（科学研究費補助金）実績報告書（研究実績報告書）

研究種目名：基盤研究 (C)　　**研究機関**：平成 22 年度〜平成 24 年度

研究課題名：補間多項式の収束性の研究

研究代表者：北原 和明（理工学部教授）　　**研究分担者**：地道 正行（商学部教授）

研究実績の概要

補間多項式の考え方を用いてテイラー展開を考える．例えば xy 平面で，(x_0, y_0), (x_1, y_1), $\cdots$ といったデータ点が与えられたとする．このとき，これらのデータ点を通るような関数を与えてデータ点で与えられている x 座標以外の x の値における y の値を近似することを補間という．また，この近似関数が多項式であるならばこの多項式のことを補間多項式と呼ぶ．データ点の x 座標を標本点と呼ぶが補間多項式では標本点が相異なるものだけでなく重複を認める標本点のとり方を認めるような補間多項式を考えることができる．この条件をみたす補間多項式を Hermite 補間多項式と呼ぶ．与えられた関数がある 1 点の標本点で無限回微分可能な時，その標本点についての Hermite 補間多項式はその点を中心とするテイラー多項式になることがわかっている．これを基に，2 点テイラー展開可能であることの定義を考え 2 点テイラー展開可能な関数のクラスを見つけることを行った．

まず，関数 f が 2 点テイラー展開可能であることの定義であるが，与えられた 2 個の標本点における重複度 n(各標本点の重複度が n) のエルミート補間多項式 $p_n(x)$ を考え，n を無限大にしたときに p_n が被近似関数に定義された区間の点で収束するとき，f は与えられた 2 点でテイラー展開可能であると呼ぶことにする．

以上を準備として 2 点テイラー展開について取り組んだ．得られた結果は大きく 2 つある．1 つは 1 点テイラー展開可能な関数 (通常のテイラー展開可能な関数) が 2 点テイラー展開可能であることである．もう 1 つは，$x = 0$ を境に x が 0 以上の範囲で多項式 $p(x)$ で表され x が負の範囲では多項式 $q(x)$ で表される関数 $f(x)$ を与えたとき，この関数は 2 点 $-1, 1$ を中心にして 2 点テイラー展開可能であることについて示した．

現在までの達成度

2 点テイラー展開可能な関数のクラスを数値実験から得ることを目標としていた．その結果，2 点テイラー展開可能な 2 つの関数のクラスを見つけることに成功したので，おおむね順調に進展していると考えられる．

今後の研究の推進方策

これまでに得られた結果を基にして，次の 2 つの課題を考えることで研究を推進させていく．

・2 点テイラー展開可能な関数の新たなクラスの発見，3 点テイラー展開可能性に関する研究

・絶対値補間

補間に関して絶対値をとったときに被近似関数の関数値の絶対値と一致するような補間を絶対値補間とよぶ．これについて得られている結果を整理して，より一般的な結果が得られるように研究を行う．

キーワード：テイラー展開・補間多項式・エルミート補間多項式

研究発表（平成 22 年度の研究成果）

[雑誌論文]
著者名／ K. Kitahara, T. Chiyonobu and H. Tsukamoto
論文標題／”A Note on Two Point Taylor Expansion”
雑誌名／ International Journal of Pure and Applied Mathematics 75
発行年／ 2012 年　　　　　　　　　掲載箇所／ P.327〜338

[学会発表]
発表者名／ K. Kitahara, T. Chiyonobu and H. Tsukamoto
論文標題／”A Note on Two Point Taylor Expansion”
学会等名／ Paul Turan Memorial Conference
発表年月日／ 2011 年 8 月 23 日　　　発表場所／ハンガリー・ブタペスト