2003 年度電磁気学 II 中間試験問題

問 I　（1）〜（3）に答えよ。ただし $\vec{G}(\vec{r})$ 、$\vec{C}(\vec{r})$ は任意のベクトル関数、$\varphi(\vec{r})$ は任意の関数である。（２５点）

（1）　$div(rot\vec{G}(\vec{r}))=0$ を示せ。

（2）　$rot(grad\varphi(\vec{r}))=0$ を示せ。

（3）　$\vec{C}(\vec{r})$ に対しストークスの定理を記せ（証明する必要は無い）。

コメント：I の（1）はまあまあの出来。（2）の正答率は 70%といまいちでした。ここでの間違いのパターンは $grad\phi$が正しく書けていないことによるものがほとんどでした。１年間電磁気学を勉強して $grad\phi$すら書くことが出来ないのは何故でしょうか。（3）では「積分型アンペールの法則」を記している人が（予想通りですが）多かったです。

問 II　半径 a の中空の薄い円筒状の導体（円筒の長さは無限大）に電流 I を流した。この円筒の内外に生じる磁束密度を求めよ。（２５点）

問 III　ベクトルポテンシャル $\vec{A}(\vec{r})=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\dfrac{\vec{i}(\vec{R})}{\left|\vec{r}-\vec{R}\right|}dXdYdZ$ に対して

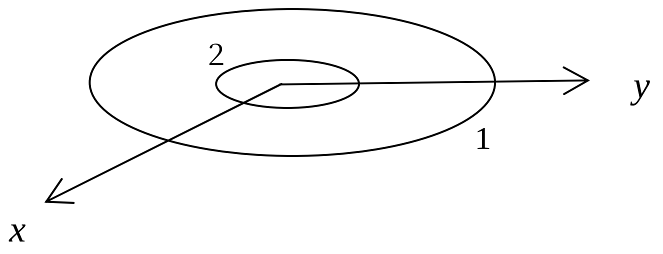
$div\vec{A}(\vec{r})=0$ となることを示せ。ただし $\vec{R}=(X,Y,Z)$ である。（２５点）

コメント：III はほとんどの人が出来ませんでした。一見出来ている風に見えるのですが、解答のどこかで何らかのごまかしをしているのです。この程度の計算がきちんと出来なくて、これからどうするのだろうとまじめに思ってしまいます。

問 IV　半径 a の球と半径 b の球を同心に配置して（２つの球の中心を座標原点に置いて)、その間に抵抗率ρの導体をつめた。半径 a の球と半径 b の球の間に電位差ϕを与えた際、球の間を流れる電流の総量はいくらか。ただし $a<b$ とする。（２５点）

2003年度電磁気学II定期試験問題

問I　半径r_1の円形回路１と半径r_2の円形回路２を下図の様に$x-y$平面内に配置した。円形回路１の中心も円形回路２の中心も座標原点にある。(図に描かれた状況とはいささか異なるが､) $r_1 >> r_2$であるとして、相互インダクタンスL_{12}を計算せよ。（３０点）



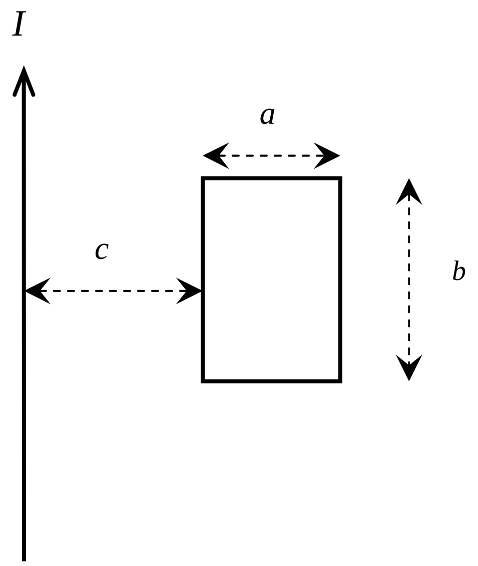
問 II　（１）　$rot(rot\vec{A}) = grad(div\vec{A}) - \Delta\vec{A}$ なることを示せ。ただし両辺の x 成分のみを計算して、それぞれが等しいことを示せば十分である。（１０点）

（２）　電場と磁束密度を用いてマクスウェルの方程式を記せ。（１０点）

（３）　マクスウェルの方程式をスカラーポテンシャルϕと、ベクトルポテンシャル$\vec{A}$を用いた表式に書き直せ。（１０点）

（４）　（３）で求めた方程式中のϕと$\vec{A}$がローレンツ条件 $div\vec{A} + \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{\partial\phi}{\partial t} = 0$ を満たすとき、（３）で求めた方程式はさらにどうなるか。（１０点）

問III　無限に長い直線状導体と同一平面内に一辺の長さがaとbの長方形の閉回路をその一辺が直線状導体と平行になるように配置した。直線状導線と、長方形の回路の直線状導線に近い辺との距離はcである（下図）。直線状導線に$I = I_0 \sin\omega t$の電流を流した際に、長方形の回路に生じる誘導電流の最大値を求めよ。ただし長方形の回路の電気抵抗をRとする。また長方形の回路に生じる誘導電流による磁場の影響は無視してよい。（３０点）



コメント：

II の（1）では予想通り $\Delta\vec{A}$ を正しく計算できていない人が大半。一度自分の手で計算した経験があれば出来る筈ですが…

III は授業でやっていない問題。この問で $\int_c^{c+a}\frac{1}{x}dx$ の計算にまでたどり着いた人でも、何とその半数程度の人は $\int\frac{1}{x}dx=\frac{1}{x^2}$ という驚異の計算をしてしまい、正解には到達していませんでした。残念というか何というか…

※中間試験の I の（2）で見かけられた grad の定義や、II での計算、定期試験の II の（1）や III での単純な積分計算など、物理より数学の基礎を何とかしたほうが良いのかなあと言う気にさせられます。自分の手を使って、こつこつ計算する体験（練習）を続けていればよいだけと言う気もしますが。