

2003 年度電磁気学 I 中間試験問題

以下の問 II ~ 問 IV は全て真空中の場合である。1 枚目の解答用紙には問 I の解答を記し、2 枚目の解答用紙には問 II の解答を記し...とせよ。原則として解答用紙の表（おもて）のみ使用し、裏面を使う場合はその旨を記すこと。

問 I (1)  $\vec{A} = \frac{\vec{r}}{r^2}$  と  $\vec{B} = \vec{\omega} \times \vec{r}$  に対し、 $\text{div}\vec{A}$ 、 $\text{rot}\vec{A}$ 、 $\text{div}\vec{B}$ 、 $\text{rot}\vec{B}$

を計算せよ。ここで  $\vec{r} = (x, y, z)$  である。また  $\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  は定数ベクトルである。(各 5 点、計 20 点)

(2)  $\vec{C}$  に対しガウスの定理を記せ（証明する必要は無い）。(5 点)

問 II 無限に長い直線上に一様に電荷を分布させた。この直線の周囲に生じる静電場を求めよ。ただし電荷は直線 1m あたり [C] 分布しているとする。(25 点)

問 III 半径  $d$ [m] の球状の領域内部に一様に電荷を分布させた。球の内外の静電場を求めよ（球内の電荷の総量を  $Q$ [C] と記す）。またこの球が金属球の場合は球の内外の静電場はどうなるであろうか。(25 点)

問 IV 重力の無い空間の  $x$  軸上の 1 点  $x=b$ [m] に点電荷  $Q$ [C] が固定されており、同じく  $x$  軸上の  $x= -b$ [m] にも点電荷  $Q$ [C] が固定されている。さらに原点 ( $x=0$ ) にも質量  $M$ [kg] の点電荷  $q$ [C] が置かれてある。この点電荷  $q$  を  $x=\delta$  に移動させた後に点電荷  $q$  を放した（点電荷  $q$  を放した瞬間の時刻を  $t=0$ [s] とする）。点電荷  $q$  はその後どのような運動をするか。ただし  $Q>0$ 、 $q>0$ 、 $\delta>0$ 、 $b>0$  であり、 $\delta$  は 1m より十分に小さく、点電荷  $q$  は  $x$  軸上でのみ運動できるものとする。(25 点)

## 2003 年度電磁気学 I 定期試験問題

1 枚目の解答用紙には問 I の解答を記し、2 枚目の解答用紙には問 II の解答を記し...とせよ。原則として解答用紙の表（おもて）のみ使用し、裏面を使う場合はその旨を記すこと。問 II ~ 問 IV は全て真空中の場合である。また文中の単位は全て MKSA 単位系として問題を解くこと。

問 I  $f = (x^2 + y^2)$ 、 $g = \frac{1}{r}$  に対して、 $\text{grad}f$ 、 $f$ 、 $\text{grad}g$ 、 $g$  を計算せよ。

$r = |\vec{r}|$ 、 $\vec{r} = (x, y, z)$  である。（ $f$  の計算には直交座標を、 $g$  の計算には極座標を用いると便利）（順に 5 点+5 点+5 点+10 点 = 25 点満点）

問 II 半径  $d$  の球状の領域内部に一様に電荷を分布させた。球の内外の静電場を求めよ（球内の電荷の総量を  $Q$  と記す）。（25 点）

問 III 電気双極子モーメント（ベクトル） $\vec{p}$  の周囲に生じる静電場を求めよ。（25 点）

問 IV （1）極板の面積  $S$ 、極板間の距離  $d$  の平行平板コンデンサーの静電

容量  $C$  が  $\frac{\epsilon_0 S}{d}$  となることを示せ（ $d$  は十分に小さいとする）。（15 点）

（2）孤立導体の静電容量  $C$  をもつ導体に電荷  $Q$  を与えた。この系に蓄えられている静電エネルギーが  $Q^2 / 2C$  であることを示せ。（10 点）