電磁気学Ｉ定期試験問題、およびコメント

以下の問１から問４に答えよ。ＭＫＳＡ単位系を使用するのが望ましい。なお１枚目の解答用紙には問 1 の解答を、２枚目の解答用紙には問２の解答を、３枚目の解答用紙には問３の解答を、４枚目の解答用紙には問４の解答をそれぞれ記し、解答用紙の裏面は用いないこと。

※問１から問４までは全て真空中の場合である。

問１．　ｉ）（積分型の）ガウスの法則を記せ（ガウスの法則の導出は不要）。（５点）

ｉｉ）半径 a の球の内部に電荷が一様に分布している。この電荷の総量を q としたときに球の内部と外部の静電場を積分型ガウスの法則を用いて求めよ。（20 点）

☆コメント：　ご存知中間試験の問２。

問２．　半径 a の球の内部に電荷が一様に分布している。この電荷の総量を q としたときの系の静電エネルギーを求めよ。なお球の内外の静電場については問１の結果を用いて構わない。（25 点）

☆コメント：　本来この問題は問１の（３）とするつもりであったが、問１が中間試験の問２であるということをわかり易くするために、敢えて独立な問題とした。無論問 1 が出来ていなくても、解答できる問題ではあるが。球状コンデンサーの静電容量の公式$U=q^2/2C$を用いて解こうとした人が多かったが、これはこの問題の状況では使えない。問１で求めたEを用いて$\varepsilon_0 E^2/2$を体積積分するか、何らかの方法で$\phi(r,q)$を求めて$\phi(r,q)dq/2$ を積分するか、の２通りで解くべきである。後者ではdqをdrに置換積分して計算する必要がある為かこの方法で解いた人は居なかった。問 1 と独立な問題としたので、たとえ問 1 で求めたEが間違っていても問 2 の中で計算が正しく行われている場合には問２については点を与える方針で採点したが、残念なことに問１でEを正しく出せなかった人は問 2 でも正しく計算ができなかった様である。教科書に出ている例題の割には正答率は低かった。

問３．　座標原点におかれた電気双極子モーメントベクトル $\vec{p}=(0,0,p)$ が周囲の空間につくりだす静電場を求めよ。（25 点）

☆コメント：　電磁気学 I の分野で問われる極めて標準的な問題。過去問にもたびたび登場した筈。4 問中唯一まあまあの出来。

問４．　一様な静電場 $\vec{E}_0=(0,0,E_0)$ が存在する空間内に半径 a の導体球をおいた（その結果当然ながら球の周囲の電場は変化する）。この導体球を接地（アース）した際の導体球外部の静電ポテンシャルを求めたい。ここでは球外部の静電ポテンシャル $\phi(\vec{r})$ を極座標を用い、$\phi(r,\theta)=\dfrac{A}{r}+(Br+\dfrac{G}{r^2})\cos\theta$ と仮定して、妥当な A、B、G を求めるやりかたで解け。ただし導体球の中心を座標原点とする。

<u>ヒント</u>：一様な静電場 $\vec{E}_0=(0,0,E_0)$ が存在する場合、$r\to\infty$ でも $\phi(r,\theta)\to 0$ とはならない点に注意。また接地すると導体の静電ポテンシャルが０となる点にも注意したい。（25 点）

☆コメント：　完全にできた人は１名であった。導体表面の静電ポテンシャルが０であるとの条件を式で表現すると $\phi(a,\theta)=\dfrac{A}{a}+(Ba+\dfrac{G}{a^2})\cos\theta=0$ になるが、これから $A=0$ と $G=-Ba^3$ の関係式が出せた人は 5 点+5 点。$r\to\infty$ で、$\phi(r,\theta)\to -E_0r\cos\theta(=-E_0z)$ であることに気がついた人は+10 点、最終的に $G=E_0a^3$ にたどりつけた場合に+5 点とした。