Determination of the maximum cardinality of isosceles sets in 4-dimensional Euclidean space

城戸　浩章

九州大学大学院数理学府

k 次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^k$ において、$x, y \in \mathbb{R}^k$ を $x = (x_1, x_2, \cdots, x_k), y = (y_1, y_2, \cdots, y_k)$ とするとき、x と y の距離を $d(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{k}(x_i - y_i)^2}$ で定める。

また、有限集合 $X \subset \mathbb{R}^k$ に対して、$A(X) = \{d(x, y) | x, y \in X, x \neq y\}$ とおく。
このとき、$|A(X)| = s$ であるならば、X を $\mathbb{R}^k$ における s-距離集合 (s-distance set) と呼ぶ。

一方、有限集合 $Y \subset \mathbb{R}^k$ に対して、この集合の任意の 3 点が 2 等辺 3 角形をなしているとき (同一直線上に等間隔に並んだ 3 点も許す)、Y は $\mathbb{R}^k$ における isosceles set であるという。
さらに、Y が s-距離集合であり、$|Y| = n$ であるときは、isosceles n-point s-distance set と呼ぶことにする。
2-距離集合の任意の 3 点は 2 等辺 3 角形をなしているので、2-距離集合と isosceles sets は関わりがある。

今回の講演では、上で定義した $\mathbb{R}^k$ における s-距離集合、isosceles set や isosceles n-point s-distance set について、これまでに得られた結果を紹介する。そして、最近の結果である、$\mathbb{R}^4$ における isosceles set の maximum cardinality の決定について紹介する。さらに、今後の研究課題についても触れたいと思っている。