ジョルダン代数をグライス代数にもつ頂点作用素代数の単純性について*

新堀 秀和（筑波大学大学院数理物質科学研究科）†

■グライス代数について． 頂点作用素代数 $V = \bigoplus_{n=0}^{\infty} V_n$ が，$V_0 = \mathbb{C}\mathbf{1}$，$V_1 = \{0\}$ を満たすとき，重み 2 の空間 V_2 は 1-積 $u_1 v$ $(u, v \in V_2)$ により，$\mathbb{C}$ 上の可換代数となる（ただし，一般には結合的ではない）．ここで，$\mathbf{1}$ は V の真空元である．

■対称行列全体のなすジョルダン代数について． $d \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$ に対して，d 次の対称行列全体 $\mathrm{SymMat}(d, \mathbb{C})$ は

$$A \cdot B := \frac{1}{2}(AB + BA) \quad (A, B \in \mathrm{SymMat}(d, \mathbb{C}))$$

によって積を定めることにより，単純なジョルダン代数になる．

■[AM] の主結果． 芦原と宮本は，[AM] において，以下の条件を満たす頂点作用素代数 $V_{d,r}$ を構成した (cf.[Lam])．ただし以下において，$d \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$，$r \in \mathbb{C}$ とする:

(1) $V_{d,r}$ の中心電荷は dr である．

(2) $V_{d,r}$ のグライス代数 $(V_{d,r})_2$ はジョルダン代数になる．さらに，ジョルダン代数として，$(V_{d,r})_2 \cong \mathrm{SymMat}(d, \mathbb{C})$ となる．

■我々の結果． [AM] において導入された頂点作用素代数 $V_{d,r}$，$(d \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$，$r \in \mathbb{C})$ の単純性について研究した．まず，$d = 1$ の場合は，頂点作用素代数 $V_{1,r}$ はヴィラソロ頂点作用素代数と一致するので，その既約性についてはよく知られている．$d \geq 2$ の場合については，以下の結果を得た．

Theorem. $d \geq 2$ とする．このとき，$V_{d,r}$ が単純な頂点作用素代数であることの必要十分条件は，$r \in \mathbb{C} \backslash (\mathbb{Z}_{\geq 0} \cup 2\mathbb{Z}_{\leq 0})$ であることである．

講演においては，上の定理の証明の過程で得られた $V_{d,r}$ $(r \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \cup 2\mathbb{Z}_{\leq 0})$ の特異ベクトルについても紹介したい．

参考文献

[AM] T.Ashihara and M.Miyamoto, A construction of VOAs with Jordan algebras as Griess algebras and with arbitrary central charges, *preprint*.

[Lam] C.H.Lam, On VOA associated with special Jordan algebra. *Comm. Algebra* **27** (1999), 1665-1681.

---

* この研究は佐垣大輔氏（筑波大学大学院数理物質科学研究科）との共同研究である．

† niibori@math.tsukuba.ac.jp