

以下に、弧度法（ラジアン）についての解説を幾つか書いてみる。これらは互いに関係しているが、独立に読むこともできる。それぞれの内容は次の通りである。

- (a) ラジアンと日常生活
- (b) 物理学における単位系とラジアンの関係
- (c) 相似図形を用いたラジアンの説明
- (d) 「数学的に自然な概念」という立場からのラジアンの説明
- (e) ラジアンと微分積分学の関係についての短いコメント

(a) 自動車の走行距離を測るメーターは、直接、距離を測っているわけではなく、タイヤの回転数にタイヤの周の長さをかけたものを表示している。

タイヤの半径を r 、回転数を n とすると、走行距離は $2\pi rn$ である。簡単のため、タイヤの半径を 1 とすると、走行距離 = $2\pi n$ だが、これはラジアンで測ったときのタイヤの回転角そのものである。タイヤの回転数が (n と $1/4$) なら、半径 1 のタイヤでの走行距離は $2\pi(n+1/4)$ となり、これもラジアンで測ったタイヤの回転角そのものと一致する。つまり、このメーターはラジアンで測ったタイヤの回転角を表示しているということになる。

(b) 数学では単位はできるだけ使わない。数直線上の 1 は 1 cm でも 1 g でもなく単位のない（無名数の）1 である。これに対して、物理学では単位が非常に大事である。長さの単位には通常メートル (m) を、重さの単位にはキログラム (kg) を、時間の単位には秒 (sec) を用いるのが最も一般的である。これら（とあと幾つか）を基本単位とし、例えば、面積には平方メートル ($m^2 = m \times m$) を、体積には立法メートル ($m^3 = m \times m \times m$) を、速度には m/sec ($m \div sec$) を、というように基本単位を組み合わせ得られる単位を使う。できるだけ、新たな単位の導入を避け、最小限の単位で済ませるのである。さて、それでは物理学者は角度をどのような単位で測るだろうか？新たに「度」という単位を導入するのを避けるためには、半径 1 m の円がある角度だけ回転しつつ、直線上を転がったとして、その転がった距離を m で測った数値で、もとの角度を表せばよい。この場合

$$\text{半径} \times \text{角度} = \text{距離}$$

で、半径の単位も距離の単位も m であるから、角度 (= 距離 ÷ 半径) の単位は $m \div m$ 、つまり単位なしの無名数でなければならない。実は、これがラジアンで測った角に単位をつけない、ただの数値で書く理由である。ラジアンは角の測り方をいうことばであって、通常の意味での（メートルやキログラムや度数法の度のような）単位ではない。

結局、物理学でも角度はラジアン、つまり無名数の数値で表すのが最も合理的である、ということになる。実際に、物理学の理論的計算などでは、必ずラジアンを用いる。（一般向けの解説などでは、度数法を使うこともある。）

(c) A, B という 2 つの相似な図形を考えよう。

例えば、1 : 2 の相似比とすると、A と B の対応する辺の長さの比は 1 : 2、対応する部分の面積の比は 1 : 4、さらに、立体図形の場合なら、対応する部分の体積の比は 1 : 8

となる。単位が m^2 になる面積の比がちょうど $1 : 2^2$ になり、単位が m^3 になる体積の比が $1 : 2^3$ になる、ということである。ところが、AとBの対応する角度は、いつでも一致し、 $1 : 2$ の相似比であっても決して2倍になったりはしない。角度は相似拡大や相似縮小によって、変わらない量であることがわかる。同じような性質を持つ量に辺の比がある。例えば、3辺の長さの比が $3 : 4 : 5$ であるような三角形を相似拡大しても、相似縮小しても辺の比は、変わらず $3 : 4 : 5$ である。これは角度を測るときに、長さの比を使えばよいことを暗示している。角 θ を表すには、2つの半径のなす角が θ であるような扇形を考え、

弧の長さ : 半径の長さ

という比の値を考えると、相似拡大、相似縮小で変わらない量が得られ、しかも角の大きさの性質とぴったり一致する。(例えば、角が2倍になれば、この比の値も2倍になる。) この比の値、すなわち

扇形の弧の長さ \div 半径

がラジアンを与える数値である。

(d) 上でも書いたように、数学の理論では、メートル、キログラム、フィート、尺、貫などの単位を使わない。逆に言えば、数学の定理はどのような単位系でも成り立つ。単位は、かつて誰かが決めた「とりきめ」である、つまり「人為」であって「自然」ではない、と考えることもできる。

角を測るための「度」もこの意味で、誰かが決めた「とりきめ」である。数学を応用するときには、メートルやキログラムを使うのは自由であるが、基本となる理論では使わない。放物線の基本を勉強するとき、係数にキログラムなどの単位がつく数が出てきたら、かえって混乱するだろう。同様に、数学理論で角を測るときは、「度」を使うのは、自然でないということになる。「人為的でない自然な」角の測り方が必要になる。それがラジアンである。ラジアンも誰か数学者が「勝手に決めた」とりきめのように見えるかもしれないが、メートル、キログラム、度などと違い、日常の便利のために考えられた単位ではなく(c)でも述べたように、数学的、論理的に導かれた測り方である点が違う。長さの測り方が分かっているならば、長方形の広さは「たて \times よこ」で測ることができ、それを「面積」と呼ぶことにすると同様に、角の大きさは「扇形の弧の長さ \div 半径」で測り、これを「ラジアン」と呼ぶことにする、ということである。

(e) 微分積分法などとラジアンの相性がよいのは、よく知られている通りであるが、これも偶然、相性がよいということではなく、ラジアンという自然な概念を選んだ結果であるといつてよい。