1. A, B, C は集合とする.

   (a) 次の分配法則を証明せよ.

   $$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

   (b) 集合の分配法則は 2 つある. もう一方の分配法則をかけ.

2. A, B は集合とする.

   (a) $(A \cup B)^c$ および $(A \cap B)^c$ についてのド・モルガンの法則をそれぞれかけ.

   (b) ド・モルガンの法則と分配法則を用いて, 次の等式を証明せよ.

   $$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

3. 集合 A, B について次のことを証明せよ. 分配法則やド・モルガンの法則を使ってもよい.

   (a) $A \setminus (A \cap B) = A \setminus B$

   (b) $(A \cup B) \setminus B = A \setminus B$

4. 集合 A, B, C について, 次を証明せよ. ド・モルガンの法則は, 使えるかどうかは知らないが, 使ってもよい.

   (a) $A \setminus B \subset C$ が成り立っているとする. このとき $A \setminus C \subset B$ である.

   (b) $A \subset B$ かつ $a \in A$ かつ $a \notin B \setminus C$ が成り立っているとする. このとき $a \in C$ である.

5. A, B, C は集合とする. 次の 3 つの命題はどれも誤りである. 誤りである理由を具体例または図で示せ. (図示の場合には, 集合を A, B, C などの記号をつけたマルなどで表し, 必要に応じて, 元 a なども図にかきこむこと.) **注意** 「証明ができないから」は, 命題が誤りである理由にはならない. 単に証明の方針が間違っているだけかもしれないからである.

   (a) $a \notin A$ かつ $A \subset B \implies a \notin B$

   (b) $a \in A$ かつ $A \not\subset B \implies a \notin B$

   (c) $A \subset B \cup C \implies A \subset B$ または $A \subset C$

6. 次の命題を背理法で証明せよ. n_i $(1 \leq i \leq k)$ は自然数で $\prod_{i=1}^{k} n_i = n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$ である.

   「$\prod_{i=1}^{k} n_i$ は 2 で割り切れる $\Longrightarrow$ n_i が 2 で割り切れるような $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$ が存在する. 」

   ただし, 証明の初めのあたりに, 上の命題の否定を明確にかいておくこと.

[注意 1] **上の問題でド・モルガンの法則を使うとき, 全体集合 U が決められている, と仮定しているわけだが, 問題に出てくるすべての集合の合併を含む勝手な集合を U とすればよいから, その点は心配しなくてよい.**

[注意 2] **推論はできる限り省略せずにかくこと. 記号だけでなく適切な文も必要である. 正しい推論をしていることが確認できない場合には減点または 0 点となる.**