

数学入門演習 中間試験問題 (2009年6月18日) [110点満点]

1. xyz 空間における次の問いに答えよ. 推論や計算もできる限り省略せずにかくこと. 解答の経過が読み取れない場合は減点または0点となる. (30点)

(a) 点 $A(2, -1, 1)$ を通り、ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ に直交する平面の方程式 (1次式 = 0のかたち) をかけ.

(b) 問 (a) の平面に平行で原点 $(0, 0, 0)$ を通る平面の方程式 (1次式 = 0のかたち) をかけ.

(c) 3点 $A(-1, 2, 1), B(0, -1, -2), C(1, 0, -1)$ を通る平面の方程式を媒介変数を用いてかけ. (ベクトル方程式のかたちでもよい.)

(d) 問 (c) と同じ平面の方程式 (1次式 = 0のかたち) をかけ.

(e) 問 (c) と同じ3点 A, B, C について、直線 AB と直線 AC の両方に直交するベクトル ($\neq 0$) をひとつかけ.

2. 集合 A, B についての次の等式を証明せよ. (20点)

$$A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$$

3. 集合 A, B についての次の等式を証明せよ. (20点)

$$A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$$

4. 集合 A, B について $A \setminus B = A$ が成り立っているとする. このとき

$$A \cap B = \emptyset$$

であることを証明せよ. (20点)

(ヒント: $A \cap B = \emptyset$ ではないと仮定すると, $x \in A \cap B$ となる x がとれる.)

5. 集合 A, B, C について $A \setminus B \subset C$ が成り立っているとする. このとき

$$A \setminus C \subset B$$

であることを証明せよ. (20点)

[注意] 推論はできる限り省略せずにかくこと. 正しい推論をしていることを確認できない場合は減点または0点となる. また, ド・モルガンの公式や(集合演算の)分配法則など, 授業でまだ証明を与えていない公式を使うときには, まずそれらを証明してから使うこと.