

数学入門演習 中間テスト

2011年5月19日

試験時間 80分 満点 110点

1. 集合の分配法則は2つある。2つともかけ。(証明はしなくてよい。)
2. 集合のド・モルガンの法則は2つある。2つともかけ。(証明はしなくてよい。)
3. A, B は全体集合 U の部分集合とする。

(a) ド・モルガンの法則と分配法則を用いて、次の等式を証明せよ。

$$A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$$

(b) ド・モルガンの法則と分配法則を用いて、次の等式を証明せよ。

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

4. 集合 A, B, C について、次を証明せよ。ド・モルガンの法則は、使えるかどうかは知らないが、使ってもよい。(A, B, C は全体集合 U の部分集合としてよい。)

(a) $A \setminus B \subset C \implies A \subset B \cup C$

(b) $A \subset B \setminus C \implies A \cap C = \emptyset$

(c) $A \subset B \iff A \cap B = A$

5. A, B, C は集合とする。次の4つの命題はどれも誤りである。誤りであることを反例または図で示せ。

(図示の場合には、集合を A, B, C などの記号をつけたマルなどで表し、必要に応じて、元 a なども図にかきこむこと。) 注意 「証明ができないから」は、命題が誤りである理由にはならない。単に証明の方針が間違っているだけかもしれないからである。

(a) $a \notin A$ かつ $A \subset B \implies a \notin B$

(b) $a \in A$ かつ $A \not\subset B \implies a \notin B$

(c) $A \subset B \cup C \implies A \subset B$ または $A \subset C$

(d) $A \cap B \subset C \implies A \subset C$ かつ $B \subset C$

[注意] 推論はできる限り省略せずにかくこと。記号だけでなく適切な文も必要である。正しい推論をしていることが確認できない場合には減点または0点となる。