

## 確率論特論レポート問題

以下のうち，(1)から(4)のうちから2題，(5)，(6)，(7)から1題選びレポートせよ．Scilabのプログラムおよび出力結果の両方を提出せよ．苦労した点やおもしろかったと思う点も書く事．全体として，10頁程度にはする事．

締め切り：7月27日午後1時30分までに，千代延教授室に提出の事．不在の際はドアの下から部屋に入れておいて下さい．

- (1) 適当なモデルを作り大数の法則ならびに中心極限定理をシミュレートせよ．特に histplot を活用して，視覚的に中心極限定理が成り立つことを確かめよ．
- (2) 棄却法 (Acceptance-Rejection Method) を用いて半円分布  $\frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2} \cdot 1_{[-1,1]}(x)$  に従う確率変数列をシミュレートせよ（ここでも，histplot を用いて視覚化せよ．）
- (3) 有限集合上のマルコフ連鎖をシミュレートせよ．遷移確率 (Stochastic Matrix) や初期分布を各自定めて，マルコフ連鎖の定常分布を求めよ．この連鎖のサンプルを多数生成し，histplot を用いて大きなステップ数の下で連鎖の分布が定常分布に近づくことをたしかめよ．
- (4) 有限集合上に適当な確率分布  $\pi$  を与え，Metropolis 法により  $\pi$  を定常分布とするマルコフ連鎖の遷移確率を作れ．このマルコフ連鎖に対して前問と同様のことを行え．
- (5)  $E = 0, 1, 2$  上の関数  $U$  を  $U(0) = a$ ,  $U(1) = a + b$ ,  $U(2) = 0$ ，ただし  $a, b > 0$  とする．この時，simulated annealing の手法を用いて，0 から出発しあるステップ以後の大部分のステップにおいて 2 にいるマルコフ連鎖をシミュレートせよ．
- (6)  $100 \times 100$  上の Ising model をシミュレートせよ．ここで，境界条件，温度  $T$  等は自由に決めてよい．Metropolis 法を用いて，スピンの配置空間上の Ising model に対応する確率  $\pi$  に収束するスピン配置に値をとるマルコフ連鎖を作り，適当なステップ数連鎖を走らせて近似的に Ining spin をシミュレートせよ．
- (7) 巡回セールスマン問題の最適解を，simulated annealing の手法を用いて見つけるプログラムを作成し，実際に 10 都市間の経路を適当に与えて最適解にいたるマルコフ連鎖をシミュレートせよ．