感染症予防のため、室内では、
以下の点について必ずご協力ください！！

・**“一席開けて” ご着席ください**

※ご家族・ご友人と参加の場合も同様

・**必ずマスクを着用してください。**

・**プログラム終了後はすみやかにご退出ください。**

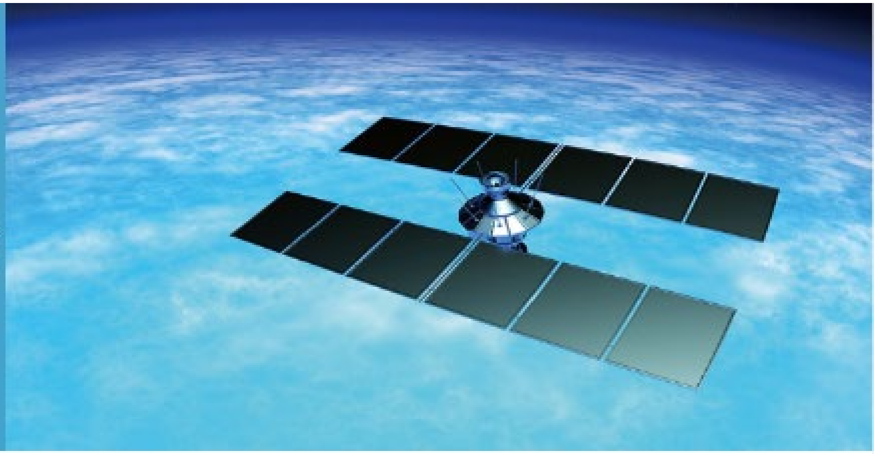
School of Science

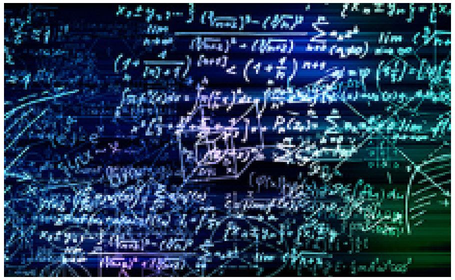
NEW

理学部

自然と自然界をつかさどる科学の法則を理解し、新たな真理を探究することで、柔軟かつ論理的な思考力と課題解決に挑む力を身につけます。

設置届出中





Department of Mathematical Sciences

数理科学科 [定員54名]

数理的な思考・問題解決能力を身につける　MORE

Department of Physics and Astronomy

物理・宇宙学科 [定員60名]

物理現象・宇宙の謎に迫る　MORE

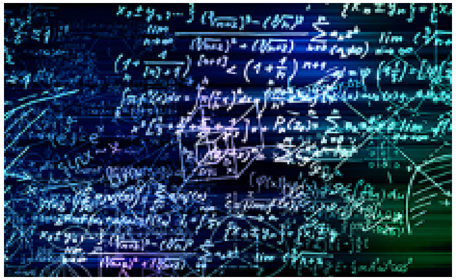
Department of Chemistry

化学科 [定員66名]

基本原理を探究し化学の発展に貢献する　MORE

ＩＮＤＥＸ

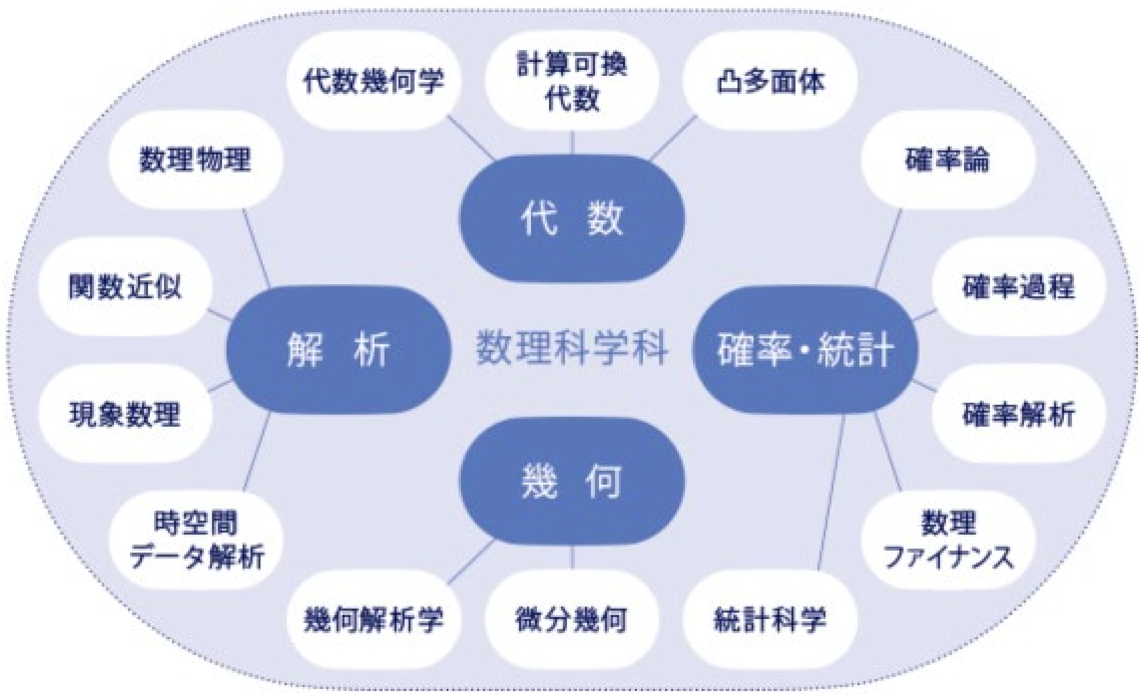
- 数理科学科の紹介
- 物理・宇宙学科の紹介
- 化学科の紹介
- 理学部について　まとめ



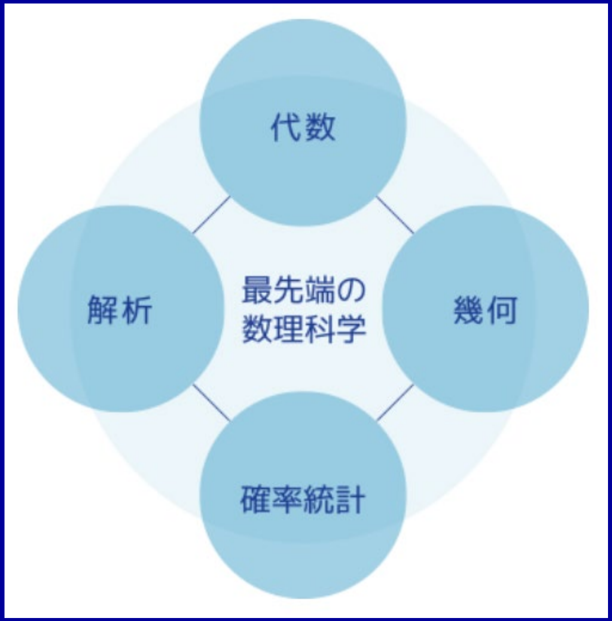
Department of Mathematical Sciences

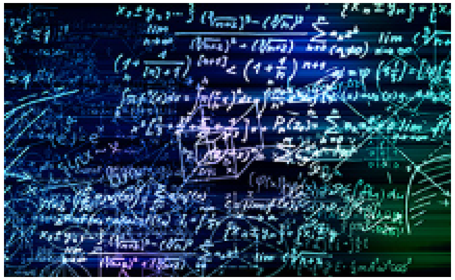
数理科学科 [定員54名]

数理的な思考・問題解決能力を身につける MORE



可換代数
微分幾何
数理物理
数理生物学
確率過程
統計学
関数近似
・・・

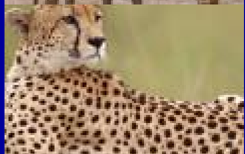


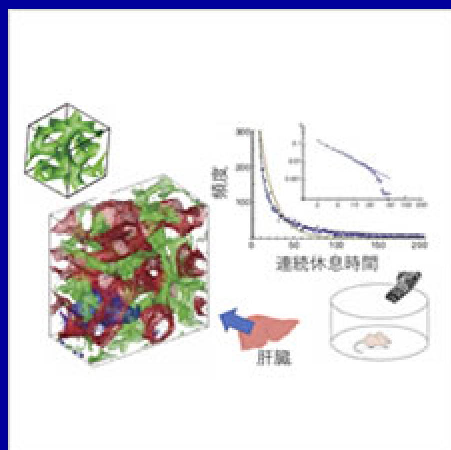


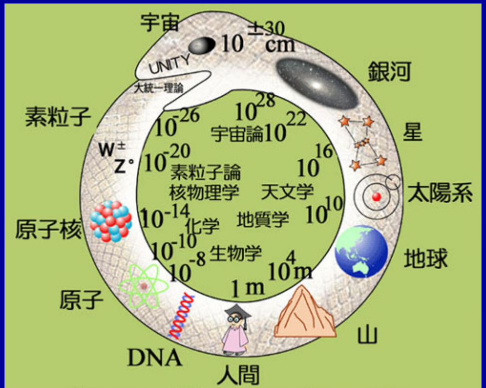
Department of Mathematical Sciences

数理科学科 [定員54名]

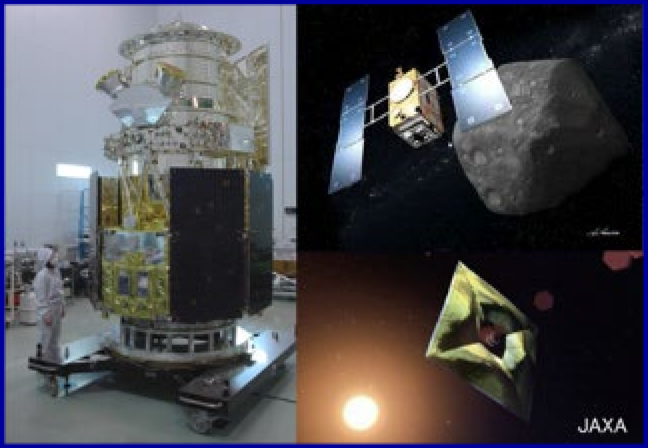
数理的な思考・問題解決能力を身につける　MORE

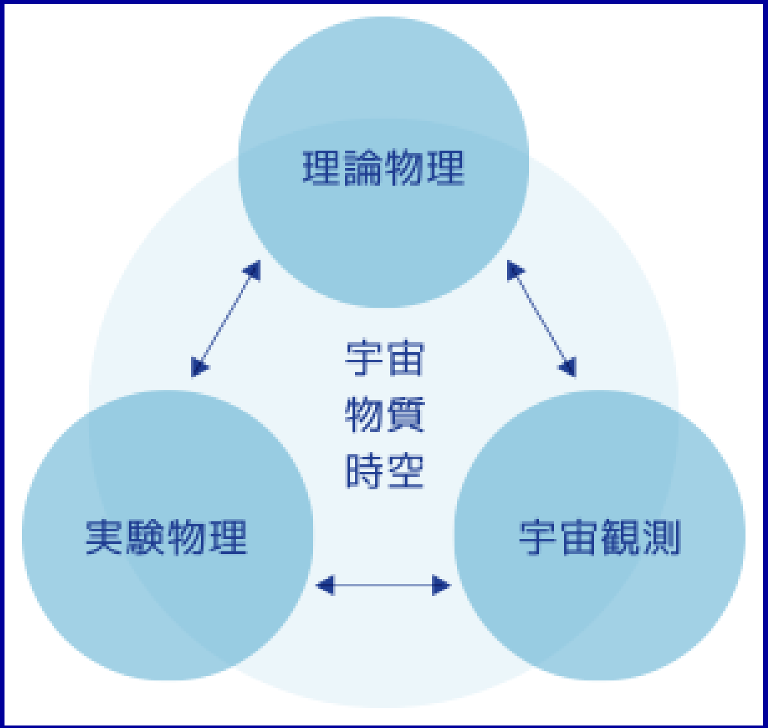


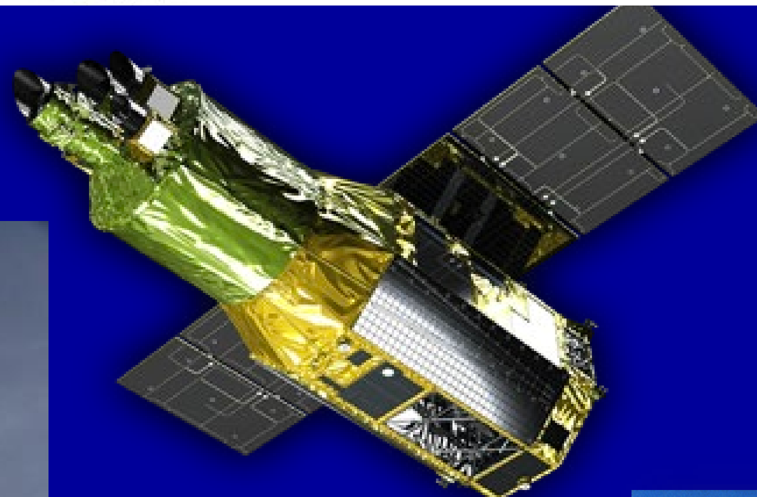




グラショウが描いた「ウロボロスの蛇」
出典KEK「素粒子から宇宙を見る」
原文の単位cmをmに変更、原子の大きさを追加

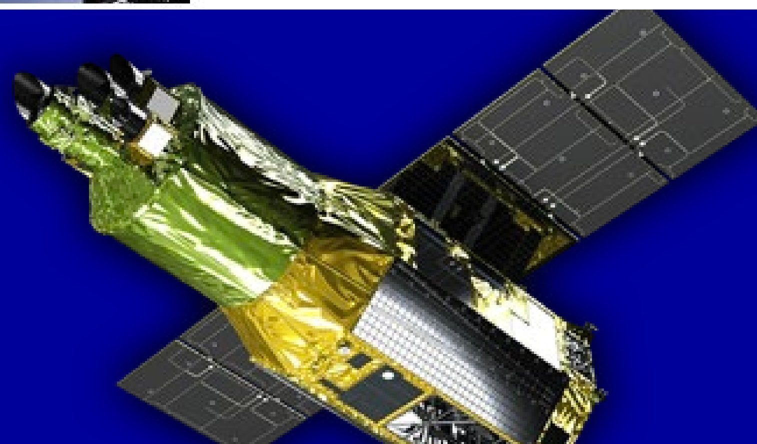


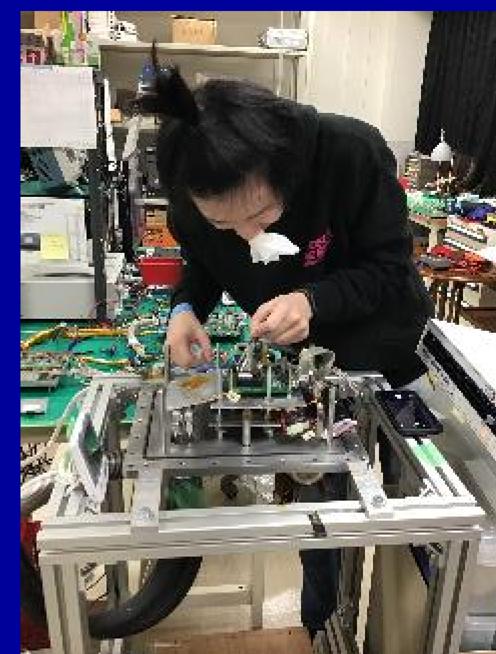




XRISM 衛星 http://xrism.isas.jaxa.jp/news/


Department of Physics and Astronomy
物理・宇宙学科 [定員60名]
物理現象・宇宙の謎に迫る
MORE



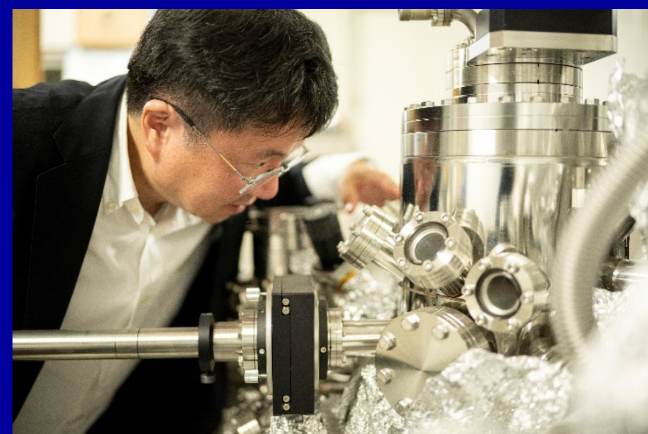


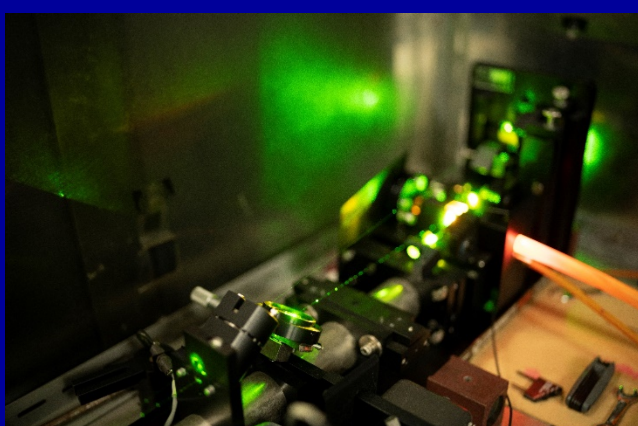
Department of Physics and Astronomy

物理・宇宙学科 [定員60名]

物理現象・宇宙の謎に迫る

MORE



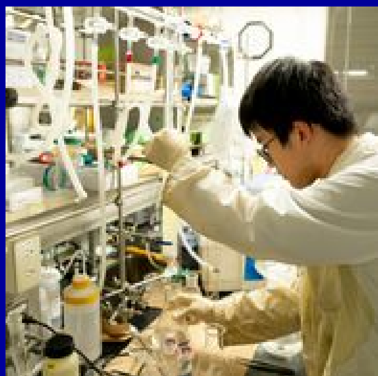


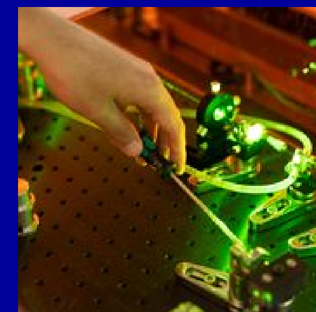
Department of Chemistry

化学科 [定員66名]

基本原理を探究し化学の発展に貢献する

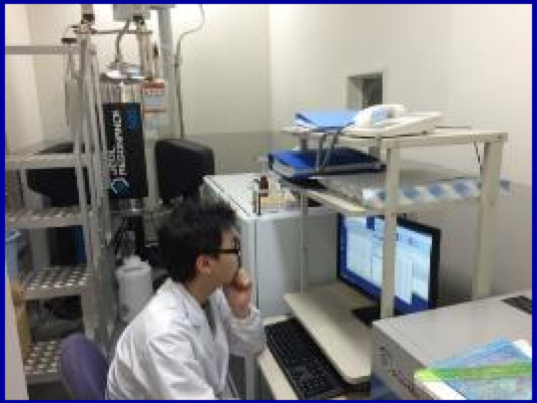
MORE





レーザー分光
分子分光イメージング
ナノ化学
生体分子
有機合成
理論化学
・・・

教育施設

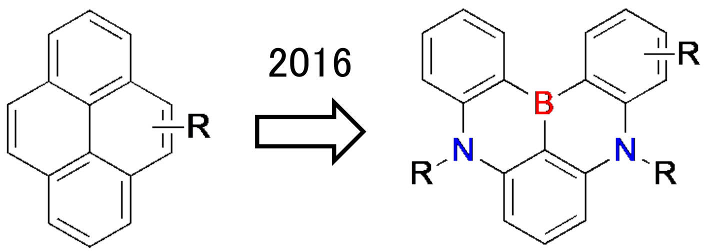


核磁気共鳴装置（NMR）とX線回折装置

研究成果の発信と人材育成

基礎学問としての化学を研究しながら、そこで得られた知見を活用し、様々な応用研究へも展開しています。これらの研究活動を通し、社会の発展に寄与する優れた人材を輩出しています。

～関学化学科で合成された分子のディスプレイへの利用～



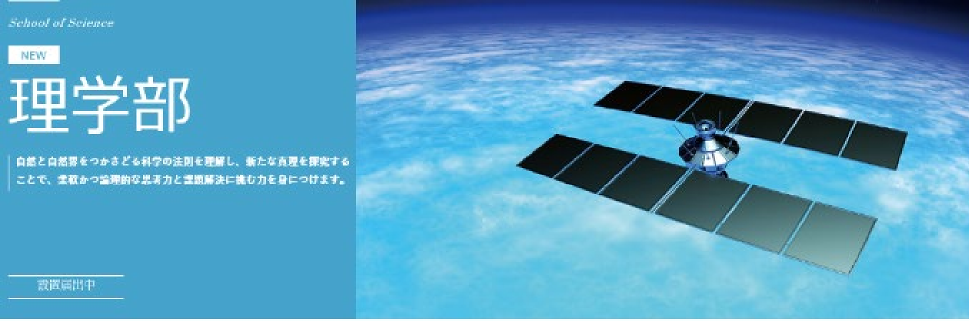
ピレン誘導体
（従来の青色発光材料）

DABNA
（関学化学科発の新規発光材料）

2019年より数多くのスマートフォンに実装

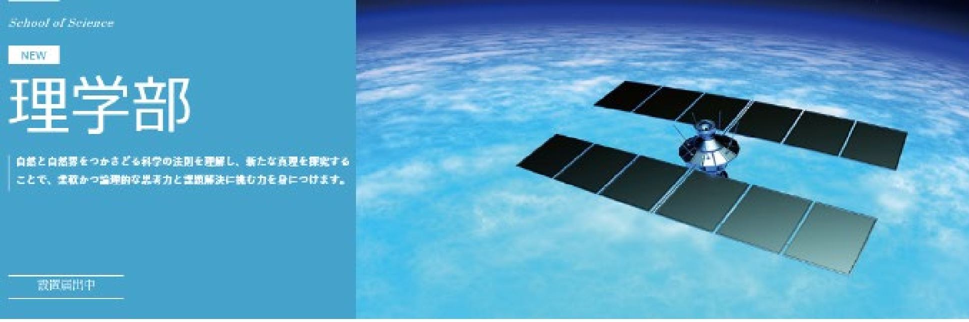
ホウ素と窒素の多重共鳴効果により発光スペクトルの高色純度化を達成

➡ 輝度向上・消費電力の低減・ブルーライトの抑制



基礎科学は人類が生き延びるための手段を提供する

今すぐ実用化できるというものではなくても,
将来の革命的発展の基礎を築く



関西学院スクールモットー： *Mastery for Service*「奉仕のための練達」

理学部モットー： “愛をもって互いに仕えなさい”

知的好奇心を満足させつつ人類に貢献する科学者・技術者の育成

教授陣・施設・設備の充実、磨き抜かれた教育プログラム

ケア体制（担任制、カウンセリングルーム、etc.）

資格（中学・高校教員1種（数学、理科））

就職・進学（連携大学院）とケア体制

何とか乗の和:何乗でもできる?

山根英司

2021 年 KSC オープンキャンパス

自己紹介

関学数理科学科
山根英司 (やまね ひでし)

専門は偏微分方程式論，数理物理.
最新の論文は Local and global analyticity for μ-Camassa-Holm equations, *Discrete and continuous dynamical systems*, July 2020, 40(7): 4307-4340.

一般向け著書: 『高校生のための逆引き微分積分』『関数とはなんだろう』(ともに講談社ブルーバックス)
大学生向け教科書・副読本 『明解複素解析』(共著),『実例で学ぶ微積分知恵袋』

$\boxed{1}$ 少年ガウス

大数学者ガウスがまだ小学生のころ,「1 から 100 まで足しなさい」という問をたちまち解いた.

$$S = \ \ 1 + \ 2 + \ 3 + \cdots + 98 + 99 + 100$$

$$S = 100 + 99 + 98 + \cdots + \ 3 + \ 2 + \ 1$$

$\boxed{1}$ 少年ガウス

大数学者ガウスがまだ小学生のころ,「1 から 100 まで足しなさい」という問をたちまち解いた.

$$S = \ \ 1 + \ 2 + \ 3 + \cdots + 98 + 99 + 100$$

$$S = 100 + 99 + 98 + \cdots + \ 3 + \ 2 + \ 1$$

したがって

$$\begin{aligned} 2S &= 101 + 101 + 101 + \cdots + 101 + 101 + 101 \\ &= 101 \times 100 \end{aligned}$$

となり

$$S = 101 \times 50 = 5050$$

$\boxed{2}$ 1から n までの和

同じやり方で n までの和が求められる.

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-2) + (n-1) + n$$

$$S_n = n + (n-1) + (n-2) + \cdots + 3 + 2 + 1$$

$\boxed{3}$ 1から n までの和

同じやり方で n までの和が求められる.

$$S_n = \ \ 1 + \ 2 \ + \ 3 \ + \cdots + (n-2) + (n-1) + n$$

$$S_n = n + (n-1) + (n-2) + \cdots + \ 3 + \ 2 + \ 1$$

したがって

$$\begin{aligned} 2S_n &= (n+1) + (n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1) + (n+1) + (n+1) \\ &= n(n+1) \end{aligned}$$

となり

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$\boxed{4}$ 1から n までの和 別証明

$$1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2} \qquad (*)_n$$

を他の方法で示そう.

$\boxed{5}$ 1から n までの和 別証明

$$1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2} \qquad (*)_n$$

を他の方法で示そう.

$$1=\frac{1(1+1)}{2} \qquad (*)_1$$

は正しい.

$\boxed{6}$ 1から n までの和 別証明

$$1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2} \qquad (*)_n$$

を他の方法で示そう.

$$1=\frac{1(1+1)}{2} \qquad (*)_1$$

は正しい.

次に $(*)_k$ すなわち

$$1+2+\cdots+k=\frac{k(k+1)}{2} \qquad (*)_k$$

まで分かったとしよう. 両辺に $k+1$ を加えて

$$\begin{aligned}1+2+\cdots+k+(k+1)&=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)\\&=\left(\frac{k}{2}+1\right)(k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}\end{aligned}$$

が分かる. これは $(*)_{k+1}$ に他ならない. $(*)_k$ が正しければ $(*)_{k+1}$ も正しい. 以上からまず $(*)_1$ が分かり, $(*)_2$ が分かり, $(*)_3$ が分かり… というわけで, 任意の n について $(*)_n$ は正しい.

$\boxed{7}$ ドミノ倒し/数学的帰納法

最初のドミノが倒れる.
あるドミノが倒れれば次のドミノも倒れる.
$\Rightarrow$ すべてのドミノが倒れる.

1 番の式が正しい.
ある式が正しければ次の式も正しい.
$\Rightarrow$ すべての式が正しい.

$\boxed{8}$ なんとか乗の和

$$1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2+2^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3+2^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$1^4+2^4+\cdots+n^4=\frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

$$1^5+2^5+\cdots+n^5=\frac{n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)}{12}$$

$$1^6+2^6+\cdots+n^6=\frac{n(n+1)(2n+1)(3n^4+6n^3-3n+1)}{42}$$

p 乗の和は $p+1$ 次式.

$\boxed{9}$ 係数の見つけ方と公式の証明

p 乗の和は $p+1$ 次式.
3 乗の和の場合で説明する.
4 次式に違いないと考えて,
$1^3+2^3+\cdots+n^3=an^4+bn^3+cn^2+dn+e$ とおく.
$n=1,2,3,4,5$ を代入.

$$
\begin{aligned}
1^3 &= a+b+c+d+e \\
1^3+2^3 &= 2^4a+2^3b+2^2c+2d+e \\
1^3+2^3+3^3 &= 3^4a+3^3b+3^2c+3d+e \\
1^3+2^3+3^3+4^4 &= 4^4a+4^3b+4^2c+4d+e \\
1^3+2^3+3^3+4^4+5^5 &= 5^4a+5^3b+5^2c+5d+e
\end{aligned}
$$

a,b,c,d,e を求める. $1^3+2^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}\ (n\leqq 5)$ が分かる. $n\geqq 6$ でも成り立つことはドミノ倒しで証明できる.

$\boxed{10}$ もっとわかりやすい方法

さきほどの話は見通しが悪い．　きれいな規則性を見つけてすっきり説明したい．

$\boxed{11}$ もっとわかりやすい方法

さきほどの話は見通しが悪い． きれいな規則性を見つけてすっきり説明したい．
微分： n^k を kn^{k-1} に置き換える． $(n^k)' = kn^{k-1}$ と書く．

$$
\begin{aligned}
1' = (n^0)' = 0n^{-1} = 0 \\
n' = 1n^0 = 1 \\
(n^2)' = 2n \\
(100n^3)' = 300n^2 \\
(5n^3 + 2n^2 - 7n + 3)' = 15n^2 + 4n - 7
\end{aligned}
$$

特に，p 次式を微分すると $p-1$ 次式になる．

$\boxed{12}$ もっとわかりやすい方法2

1^p から n^p までの和を $W_p(n)$ と表す.

$$W_1(n) = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

$$W_2(n) = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n$$

$$W_3(n) = 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2$$

次数が上がっていく.

$\boxed{13}$ もっとわかりやすい方法2

1^p から n^p までの和を $W_p(n)$ と表す.

$$W_1(n) = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

$$W_2(n) = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n$$

$$W_3(n) = 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2$$

次数が上がっていく.

$W_p(n)$ を微分すれば $W_{p-1}(n)$ になるか?

$\boxed{14}$ もっとわかりやすい方法2

1^p から n^p までの和を $W_p(n)$ と表す.

$$W_1(n) = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$
$$W_2(n) = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n$$
$$W_3(n) = 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2$$

次数が上がっていく.
$W_p(n)$ を微分すれば $W_{p-1}(n)$ になるか?
そこまでかんたんではないが,

$$W_2'(n) = n^2 + n + \frac{1}{6} = 2W_1(n) + \frac{1}{6}$$
$$W_3'(n) = n^3 + \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n = 3W_2(n)$$

$\boxed{15}$ もっとわかりやすい方法3

手当たりしだいにやってみると $W_p(n) = 1^p + 2^p + \cdots + n^p$ について $W_p'(n)$ はほぼ $pW_{p-1}(n)$.
定数 (0次の項) だけずれることがある.

$\boxed{16}$ もっとわかりやすい方法３

手当たりしだいにやってみると $W_p(n) = 1^p + 2^p + \cdots + n^p$ について $W_p'(n)$ はほぼ $pW_{p-1}(n)$.
定数 (０次の項) だけずれることがある.
$W_p'(n)$ から (必要ならば) 定数項を取り除けば $pW_{p-1}(n)$ にぴったり合う.

$$W_2'(n) = n^2 + n + \frac{1}{6}, \quad n^2 + n = 2W_1(n)$$

$$W_3'(n) = n^3 + \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n = 3W_2(n)$$

2 つ目の式では定数項が 0 なので取り除くまでもなかった.
$W_p'(n)$ の定数項は $W_p'(0)$ だから,

$$W_p'(n) - W_p'(0) = pW_{p-1}(n)$$

$\boxed{17}$ 定理とその意義

Theorem

$W_p(n)=1^p+2^p+\cdots+n^p$ について

$$W_p'(n)-W_p'(0)=pW_{p-1}(n)$$

$W_{p-1}(n)$ が分かれば $W_p(n)$ も分かる．W_3 から W_4 が,W_4 から W_5 が,...,

$$W_4'(n)-W_4'(0)=4W_3(n)=n^4+2n^3+n^2$$

$$W_4(n)-W_4'(0)n+\text{定数}=\frac{1}{5}n^5+\frac{1}{2}n^4+\frac{1}{3}n^3$$

ゆえに

$$W_4(n)=\frac{1}{5}n^5+\frac{1}{2}n^4+\frac{1}{3}n^3+Cn+D$$

の形をしている． $W_4(1)=1, W_4(2)=1^4+2^4=17$ より $C=-\frac{1}{30}, D=0.$

$\boxed{18}$証明

$W_p(n) = 1^p + 2^p + \cdots + n^p$ について

$$W_p'(n) - W_p'(0) = pW_{p-1}(n)$$

$W_p(n) - W_p(n-1) = n^p$ だから $W_p'(n) - W_p'(n-1) = pn^{p-1}$.

$$\begin{aligned} W_p'(1) - W_p'(0) &= p \cdot 1^{p-1} \\ W_p'(2) - W_p'(1) &= p \cdot 2^{p-1} \\ &\cdots\cdots \\ W_p'(n-1) - W_p'(n-2) &= p(n-1)^{p-1} \\ W_p'(n) - W_p'(n-1) &= pn^{p-1} \end{aligned}$$

これらを加えて

$$W_p'(n) - W_p'(0) = p(1^{p-1} + 2^{p-1} + \cdots + n^{p-1}) = pW_{p-1}(n)$$

$\boxed{19}$ まとめ

数学で理想とすること.

× ばらばらの知識, 公式

◯ 統一的な説明, 各知識をたばねる

どうもありがとうございました.
このスライドは山根のウェブサイトに置きます.（関学 数理 山根 で検索)
https://sci-tech.ksc.kwansei.ac.jp/~yamane/

ご参加頂き、ありがとうございました。

次のプログラムの入室管理のためプログラム終了後はすみやかにご退出ください。

休憩室：第一厚生棟、第二厚生棟、第三厚生棟